

El concepto matemático del tiempo

Córdova López, Edgardo

1997

<https://hdl.handle.net/20.500.11777/5169>

<http://repositorio.iberopuebla.mx/licencia.pdf>

NOTAS CIENTÍFICAS

EL CONCEPTO MATEMÁTICO DEL TIEMPO

EDGARDO CÓRDOVA LÓPEZ*

“El tiempo, el espacio y la casualidad son como el cristal a través del cual se ve lo absoluto... En lo absoluto no hay ni tiempo, ni espacio, ni casualidad.”

Swami Vivekananda

Isaac Newton creía saber lo que era el tiempo, no fue así; sin embargo, él dio un gran impulso a la ciencia que se había quedado estancada desde que los griegos formularon sus hipótesis acerca del tiempo y del espacio. Desde el siglo XVII se tuvo la falsa idea de que el tiempo es absoluto. Ahora sabemos que es relativo, tal como lo demuestra la teoría de la relatividad; las mediciones del tiempo dependen del estado de movimiento del observador. En el presente artículo trataremos de manera elemental los principales conceptos que se han generado acerca del tiempo y del espacio así como sus implicaciones físicas y matemáticas. No se trata de lograr una definición precisa, porque, de hecho, aún no hemos llegado a ese nivel; sino de exponer los postulados básicos de la física clásica y de la relativista que hasta ahora los científicos nos han legado.

INTRODUCCIÓN

Conceptuar el tiempo siempre ha resultado difícil. Desde los tiempos de Aristóteles, los filósofos y los matemáticos siempre se preguntaron qué es el tiempo y cuál es su relación con el universo o con el espacio. Sin embargo, en aquella época no fue posible determinar con satisfacción, ya sea matemática o filosófica, el concep-

* Prof. de asignatura de la U.I.A.

to de tiempo y su relación con el espacio. Hubo que esperar hasta el siglo XVII, para que figuras como Galileo, Kepler y Newton establecieran los antecedentes físicos y matemáticos de lo que ahora conocemos como teoría de la relatividad, en la que Einstein y otros grandes científicos del siglo XX desempeñaron un papel fundamental. Se ha establecido que el tiempo junto con el espacio tridimensional forman un sistema cuadrimensional, en el que existe todo lo que es posible que exista en el universo, lo que ha implicado diversos conceptos tanto físicos como matemáticos, tales como el universo curvo y en expansión, el big-bang, el tiempo no absoluto, etc.; y así se han generado diversas teorías que tratan de explicar los diferentes fenómenos de la naturaleza del espacio-tiempo, aunque muy pocas han tenido la trascendencia y la aceptación de la comunidad científica. Actualmente, se tienen diferentes teorías con un respaldo matemático sólido como para ser dignas de tomarse en cuenta. Es tal la audacia de algunas de ellas, que hasta pareciera que invaden el mundo de la ciencia ficción.

Naturalmente, en el presente artículo se omitirán, por razones prácticas, ecuaciones matemáticas y teoremas o demostraciones, que hagan la lectura pesada; más bien, se intentará describir, como objetivo central de este artículo, qué es el tiempo desde el punto de vista de la relatividad y cómo ha ido evolucionando este concepto a través de las diferentes épocas, desde Newton hasta Stephen Hawking, así como la inevitable relación que tiene con el universo y su posible origen y fin.

¿QUÉ ES EL TIEMPO?

No es difícil de explicar el tiempo absoluto del sentido común desde el punto de vista genético. Hasta el descubrimiento de la finitud de la velocidad de la luz en 1675 por el astrofísico Romer, se consideraba como natural que los acontecimientos sucedieran en el preciso instante en que se les veía. Este juicio casi intuitivo fue aplicado por igual tanto a los sucesos estelares como a los ocurridos sobre la Tierra. Los físicos y astrónomos trataron de dar una descripción completa de los fenómenos y sus leyes, empleando la idea adicional de un espacio absoluto de tres dimensiones, o sea, el euclidiano.

Ni a Newton ni a sus sucesores les pareció que el descubrimiento de la finitud de la velocidad de la luz efectuara la validez de la

idea física de un tiempo absoluto t . Dijo Newton en el primer capítulo de sus célebres *Principios*:

“El tiempo absoluto, verdadero y matemático, por sí mismo y por naturaleza propia, fluye regularmente, sin consideración a ninguna cosa externa y por otro nombre se llama duración; el tiempo relativo, aparente y común, consiste en una medida sensitiva y externa de tiempo, más o menos, por el movimiento”.¹

Este tiempo relativo de Newton corresponde, de hecho, al tiempo cualitativo, la verdadera relatividad del tiempo estaba aún pendiente.

Ahora nos es claro que la noción intuitiva “tiempo absoluto” perdió su fuerza primitiva en el momento en que la observación de Romer sobre los satélites de Júpiter probó la finitud de la velocidad de la luz. Pero el mundo científico contemporáneo de Newton y sus sucesores siguieron ciegos y no se dieron cuenta de la verdadera situación. Sólo el gran matemático y filósofo Leibniz rehusó aceptar este concepto y afirmó que el tiempo es una entidad relativa y demostró la relatividad del tiempo (y del espacio) empleando su “principio de la razón suficiente”. De acuerdo con este principio, Dios no se servirá del tiempo absoluto porque siempre elige sólo lo mejor; y en el tiempo absoluto no hay ninguna diferencia entre los distintos instantes.²

La mecánica clásica de Galileo y Newton empezó a modificarse cuando Faraday hizo sus descubrimientos electromagnéticos. Faraday concibió en todo el espacio, fuerzas eléctricas y magnéticas con interrelaciones íntimas. Para su comprensión inventó el éter electromagnético o espacio en que se desarrollan estas fuerzas. Mientras que el espacio absoluto de Newton admite una velocidad de movimiento de traslación uniforme, el éter de Faraday no la admite. Sin embargo, experimentos muy cuidadosos de Michelson y de Morley en 1887 para determinar la velocidad de la Tierra en el éter condujeron a resultados negativos, es decir, mostraron que esta velocidad es siempre nula. R. Tomaschek repitió el experimento de Michelson-Morley, usando la luz de una estrella; D. C. Miller también efectuó el experimento, pero utilizó la luz solar. Si la velocidad de la fuente (debido a los movimientos de rotación y traslación con respecto al interferómetro) influyera en la velocidad de la luz, se deberían observar cambios complicados en el patrón de interferencia. Estos efectos no se observaron en ninguno de los expe-

rimentos. Sin embargo; en 1905 en un famoso artículo publicado, Einstein señaló que la idea del éter era totalmente innecesaria, con tal de que se estuviera dispuesto a abandonar la idea de un tiempo absoluto. Una proposición similar fue realizada unas semanas después por un destacado matemático francés. Henri Poincaré, que había estudiado el problema desde un punto de vista puramente matemático.

De los resultados inesperados de Michelson y Morley siguió inevitablemente un ulterior desarrollo de las nociones físicas de tiempo hacia las de la relatividad especial de Lorenz y Einstein, pero antes de considerarlas, examinaremos un poco más en detalle la naturaleza abstracta del tiempo absoluto y el universo ideal correspondiente a su historia peculiar.

Se puede caracterizar cualitativamente el concepto de tiempo absoluto con los siguientes postulados:

1. Existe una clase E de elementos ("instantes"): A, B, C,...
2. Si $A < B$, es decir, si A precede a B, entonces A diferente de B.
3. Si A diferente de B, entonces $A < B$ o $B > A$.
4. Si A diferente de B, entonces $A < B$ y $B > A$ es imposible.³
5. Si $A < B$ y $B < C$, entonces $A < C$.
6. Existe para cualesquiera A y B ($A < B$) un C tal que $A < C < B$.
7. Para toda sucesión doble: $A^3 < A^2 < A^1 < \dots < \dots < B^3 < B^2 < B^1$, los elementos X tales que $A_i < X < B_j$ (i y j cualesquiera) constituyen un intervalo, ya sea un solo elemento si $A = X = B$ o una clase de elementos si A diferente de B.

Notemos que el último postulado afirma que una serie de intervalos (A_n, B_n) incluye (A_{n-1}, B_{n-1}) en su interior, $(n=1, 2, \dots)$ tiende siempre a un intervalo límite.

Es posible demostrar que un sistema de elementos A, B, ... con una relación $<$, que obedezca a estos postulados, puede representarse por los puntos de una línea recta infinita. Los siete postulados parecen ser muy naturales y evidentemente sirven para definir al tiempo absoluto desde el punto de vista cualitativo.

El universo ideal de Newton, basado en la idea de tiempos absolutos y de cuerpo rígido, nos da una primera aproximación notable de nuestro universo actual. Al astrónomo, este universo ideal le parece sobre todo rígido por la ley de la gravitación universal de Newton. Si se restringe la atención al caso sencillo de n partículas o puntos materiales de masa m_1, m_2, \dots podemos escribir en sus rasgos generales la historia completa, futura y pasada del sistema.

Los resultados experimentales de Michelson y Morley nos indican, ni más ni menos, que en la naturaleza el espacio y el tiempo admiten un tipo nuevo de relatividad no sospechado, el de relatividad restringida o especial de Einstein (1905). Desde el punto de vista del astrónomo, con su reloj y su telescopio, el modelo inmediato y sencillo que presenta el universo de las estrellas es uno en el que todas éstas juegan un papel en apariencia idéntico. De acuerdo con este modelo, parece muy razonable que exista una relatividad en el espacio-tiempo correspondiente que no permita distinguirlas entre sí como objetos físicos; y esta relatividad explica los experimentos de Michelson y Morley. Además el matemático Minkowski (1908) vio que las ecuaciones fundamentales del campo electromagnético están de acuerdo con la nueva relatividad.

Los postulados del "tiempo local", ideado por Lorenz y que están incluidos en la relatividad restringida, se pueden resumir de la siguiente manera:

1. En coordenadas conformes relativas t, x, y, z de una partícula o incluso de una estrella (t mide el tiempo local; x, y, z miden su espacio propio), toda partícula y todo rayo de luz se mueve en líneas rectas con velocidades uniformes.

2. La velocidad de la luz es siempre una constante c , que tomamos por 1, puesto que el segundo-luz (aproximadamente 300 000 km.) es la unidad de distancia. La velocidad de una partícula cualquiera es siempre menor que $c=1$.

3. Las marchas de relojes idénticos que miden los tiempos locales s , con respecto a una partícula cualquiera, no varían y dependen sólo de la velocidad relativa de la partícula observada. Si estos postulados son ciertos, se obtiene la fórmula fundamental de la teoría: $ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$; en donde ds es el elemento de tiempo local de la partícula entre dos sucesos próximos con coordenadas t, x, y, z que difieren en dt, dx, dy, dz , respectivamente.⁴

Pero en tal universo astronómico el concepto de la simultaneidad absoluta, que implica la noción de tiempo absoluto, carece de fundamento. De igual manera desaparece el concepto de cuerpo rígido que fue un instrumento fundamental en la física clásica. En verdad, aún hasta hoy no se ha podido hallar ningún instrumento que pueda reemplazarlo en la física moderna. Por ejemplo, en la física clásica se puede concebir una esfera rígida cargada de electricidad con una cierta intensidad. Ningún concepto análogo se halla en la relatividad especial, aunque existan cuerpos más o menos rígidos.

Es importante observar que en tal universo es posible definir un tipo de tiempo cósmico. El caso más simple es en el que n partículas de masas naturales m_1, m_2, \dots, m_n se mueven en trayectorias rectilíneas con velocidades uniformes. Es fácil demostrar que, en este caso, existe una única partícula ideal I , que es el centro de gravedad exacto del sistema. Evidentemente se define así un "tiempo cósmico" único y conveniente.

En el fondo, el espacio-tiempo de la relatividad especial no presenta ningún misterio y constituye un sistema consistente y completo. En la actualidad este tipo de relatividad es aceptada por todos los que trabajan en el campo del electromagnetismo. Desgraciadamente no existe hasta ahora, en esta teoría, ninguna explicación de los fenómenos de gravitación que esté de acuerdo con ella.⁵

¿Cómo es el universo que corresponde al espacio-tiempo de la relatividad restringida? En el caso más sencillo, el universo contendrá n masas o puntos de magnitudes m_1, m_2, \dots, m_n . Para velocidades relativas moderadas, se comportarán las masas, en primera aproximación, como si estuvieran de acuerdo con la ley de gravitación de Newton. Entonces, esperaríamos que el desarrollo de nuestro universo no difiriera mucho de lo predicho en la teoría clásica. Pero con respecto al centro de gravedad I y su tiempo cósmico, los relojes locales de las partículas (estrellas) en retroceso parecerían desplazarse más despacio que el del centro de masa I .

Existe un inconveniente práctico, consecuencia directa de la teoría de la relatividad, y es el del sistema de coordenadas espacio-tiempo; es imposible imaginar un espacio cuatridimensional. A menudo se usan sistemas de coordenadas bidimensionales, por lo cómodo que resultan, en la que una de ellas representa el tiempo y la otra, una de las dimensiones del espacio. Las otras dos se ignoran o bien una más de ellas se incluye en perspectiva, aunque, naturalmente, estos complejos conceptos se tratan más bien, de manera teórica.

Otra implicación importante del concepto relativista es el siguiente: De acuerdo a los estudios de Maxwell, sus ecuaciones predecían que la velocidad de la luz debería de ser la misma cualquiera que fuese la velocidad de la fuente, lo que ha sido confirmado por medidas muy precisas. De ello se desprende que si un pulso de luz es emitido en un instante concreto, en un punto par-

ticular del espacio, entonces conforme va transcurriendo el tiempo, se irá extendiendo como una esfera de luz cuyo tamaño y posición son independientes de la velocidad de la fuente. Después de una millonésima de segundo, la luz se habrá esparcido formando una esfera con un radio de 300 metros; después de dos millonésimas de segundo, el radio será de 600 metros y así sucesivamente.

Otra predicción de la relatividad general es que el tiempo debería transcurrir más lentamente cerca de un cuerpo de gran masa como la Tierra. Ello se debe a que existe una relación entre la energía de la luz y su frecuencia: cuanto mayor es la energía, mayor es la frecuencia. Cuando la luz viaja hacia arriba en el campo gravitatorio terrestre, pierde energía y, por tanto, su frecuencia disminuye. A alguien situado arriba le parecería que todo lo que pasa abajo, en la Tierra, transcurre más lentamente. Esta predicción fue comprobada en 1962, usando un par de relojes muy precisos instalados en la parte superior e inferior de un depósito de agua. Se encontró que el de abajo, que estaba más cerca de la Tierra, iba más lento, de acuerdo exactamente a la relatividad general. La diferencia entre relojes a diferentes alturas de la Tierra es, hoy en día, de considerable importancia práctica debido al uso de sistemas de navegación muy precisos, basados en señales provenientes de satélites. Si se ignoran las predicciones de la relatividad general, la posición que se calculara tendría un error de varios kilómetros!⁶

Las leyes de Newton del movimiento acabaron con la idea de una posición absoluta en el espacio. La teoría de la relatividad elimina el concepto de un tiempo absoluto. La paradoja de los gemelos es clara para ilustrar este concepto. Consideremos un par de gemelos, supongamos que uno de ellos se va a vivir a la cima de una montaña, mientras que el otro permanece al nivel del mar. El primer gemelo envejecerá más rápidamente que el segundo. Así, si volvieran a encontrarse, uno sería más viejo que el otro. En este caso la diferencia de edad sería muy pequeña, pero sería mucho mayor si uno de los gemelos fuera de viaje en una nave espacial a la velocidad cercana a la de la luz. Cuando volviera, sería mucho más joven que el que se quedó en la Tierra, pero claro, esto es sólo una paradoja. En la teoría de la relatividad no existe un tiempo absoluto único, sino que cada individuo posee su propia medida personal del tiempo, que dependerá de dónde está y de cómo se mueve.⁷

Antes de 1915, se pensaba en el espacio y en el tiempo como si se tratara de un marco fijo en el que los acontecimientos tenían lugar, pero que no estaba afectado por lo que en él sucediera. Esto era cierto incluso en la teoría de la relatividad espacial. Los cuerpos se movían, las fuerzas atraían y repelían, pero el tiempo y el espacio simplemente continuaban, sin ser afectados por nada. Era natural pensar que el espacio y el tiempo habían existido desde siempre. La situación es muy diferente en la teoría de la relatividad general. En ella el espacio y el tiempo son cantidades dinámicas: cuando un cuerpo se mueve o una fuerza actúa, afecta la curvatura del espacio y del tiempo y, análogamente, la estructura del espacio-tiempo afecta al modo en que los cuerpos se mueven y las fuerzas actúan, es decir, el espacio y el tiempo no sólo afectan, sino que también son afectados por todo aquello que sucede en el universo.

En las décadas siguientes al descubrimiento de la relatividad general, estos nuevos conceptos de espacio y tiempo iban a revolucionar la imagen del universo. La vieja idea de un universo esencialmente inalterable que podría haber existido y que podría continuar existiendo por siempre, fue reemplazada por el concepto de un universo dinámico, en expansión, que parecía haber comenzado hace cierto tiempo finito y que podría acabar en un tiempo finito en el futuro.

Hubble y Friedmann, trabajando independientemente observaron que el universo se está expandiendo, pues las características espectrales de todas las galaxias observadas eran las mismas; aún más, se alejan de nosotros a una velocidad directamente proporcional a la distancia a que se encuentran, es decir, cuanto más lejos está una galaxia a mayor velocidad se aleja de nosotros. Las conclusiones de Friedmann comparten el hecho de que en algún tiempo pasado (entre diez y veinte mil millones de años) la distancia entre galaxias vecinas debió haber sido cero; en ese instante, que se conoce como el big-bang, la densidad del universo y la curvatura del espacio-tiempo habrían sido infinitas. Aunque matemáticamente esto no tiene sentido, como teoría es consistente imaginar tales argumentos, si además son verificados por las observaciones de los físicos y de los astrónomos; sin embargo, hay que reconocer que aún en la actualidad no se cuenta con algún modelo del universo que explique sin incertidumbre qué es el tiempo, qué el espacio y cuál es el origen del universo. Es muy probable que con las técni-

cas modernas de investigación, los científicos nos tengan una respuesta antes de que concluya el milenio.

COMENTARIOS FINALES

En realidad, no se tiene una certeza absoluta de los diferentes conceptos que los científicos han aportado. Si aceptamos como correcta la teoría de la relatividad, también debemos sospechar que aun cuando los postulados predichos por ella tengan un respaldo matemático, esto no deja de pertenecer a lo que llamamos realidad y sabemos que en la realidad TODO es relativo, incluso las matemáticas. Así que, desde este punto de vista, es probable que el tiempo sea una creación mental, no de los humanos, sino de todo el conjunto de posibilidades mentales que puedan existir en el universo. Esto equivale a afirmar que el tiempo no existe, lo que implicaría que el espacio tampoco. Aun cuando esta aseveración parece muy aventurada; es sin embargo, congruente con la propia teoría relativista. Aunque esto implique reflexionar, con verdadera ciencia, en un origen divino de todas las cosas.

BIBLIOGRAFÍA

- Birkhoff, George David. *Collected Mathematical papers*, Vol. II, Dover Publication, Inc. New York.
- Einstein, Albert. *Sobre la Teoría de la Relatividad*, Sarpe ed. 1985. Madrid, España.
- Resnick, Robert. *Introducción a la Teoría de la Relatividad*, Ed. Limusa, S. A. 1981, México, D. F.
- Morris, Richard. *Las Flechas del Tiempo*, Biblioteca Científica SALVAT; 1986, Barcelona, España.
- Capra, Fritjof, *El Tao de la Física*. Luis Cárcamo Editor, 1984; Madrid, España.
- Hawking, Stephen. *Historia del Tiempo*, Ed. Crítica (Grupo Ed. Grijalbo).
- Duncan, Ronald y Weston-Smith, Miranda (Compiladores). *Enciclopedia de la Ignorancia*. CONACYT-Fondo de Cultura Económica; 1987, México, D. F.
- Sagan, Carl. *Cosmos*, Ed. Planeta: 1982, Barcelona, España.
- Allen, Christin y Miguel Ángel Herrera. *El Principio y fin del Universo* (Artículo) parte IV, Ciencia y Desarrollo, Ene-Feb. 1989, Vol. XIV, Núm. 84, CONACYT, México, D. F.

NOTAS:

1. Citado por Richard Morris en *Las Flechas del Tiempo*, pág. 203.
2. Citado por el Dr. George D. Birkhoff en su ponencia al Congreso Internacional de Astrofísica celebrado en Tonanzintla, Pue. en feb. de 1942.
3. El postulado 4 no es independiente de (1), (3) y (5).
4. A. Einstein, *Sobre la teoría de la relatividad*; pág. 183.
5. Robert Resnick en *Introd. a la T. de la Relatividad*; pág. 72.
6. Stephen Hawking, *Historia del Tiempo*; pág. 44-47.
7. Ídem, págs. 60-62.