Enseñanza del Álgebra Lineal partiendo de la geometría

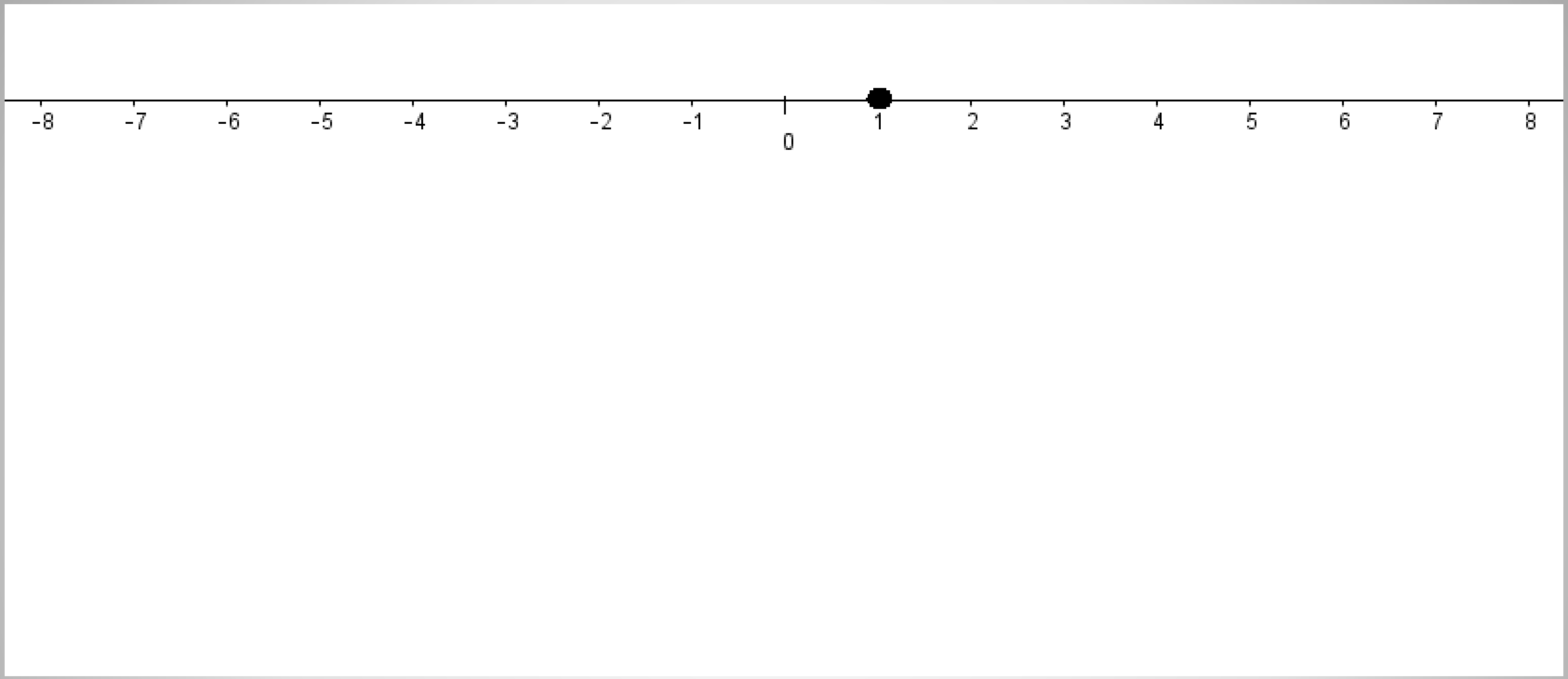
Dra. Estela Navarro Robles
UIA-CDMX

$$x=1$$

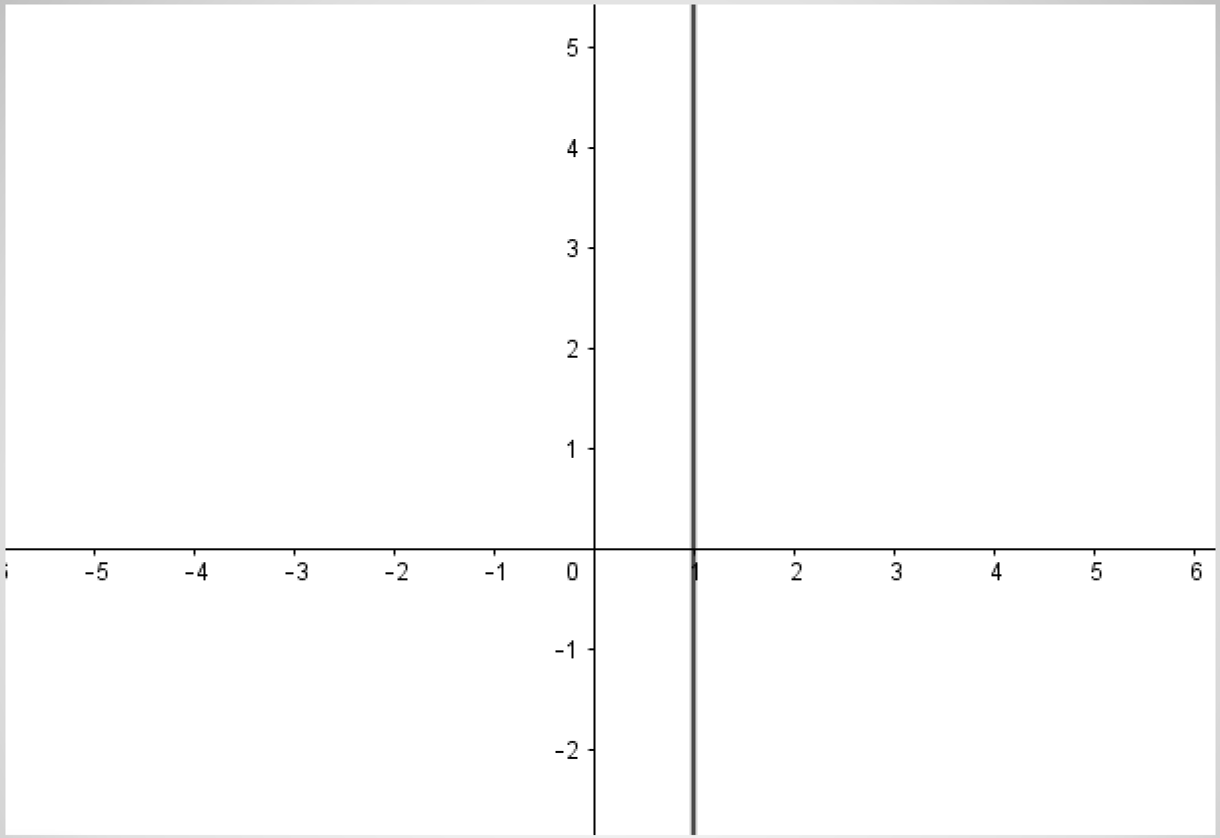
¿Qué representa geométricamente?

- En qué espacio me encuentre

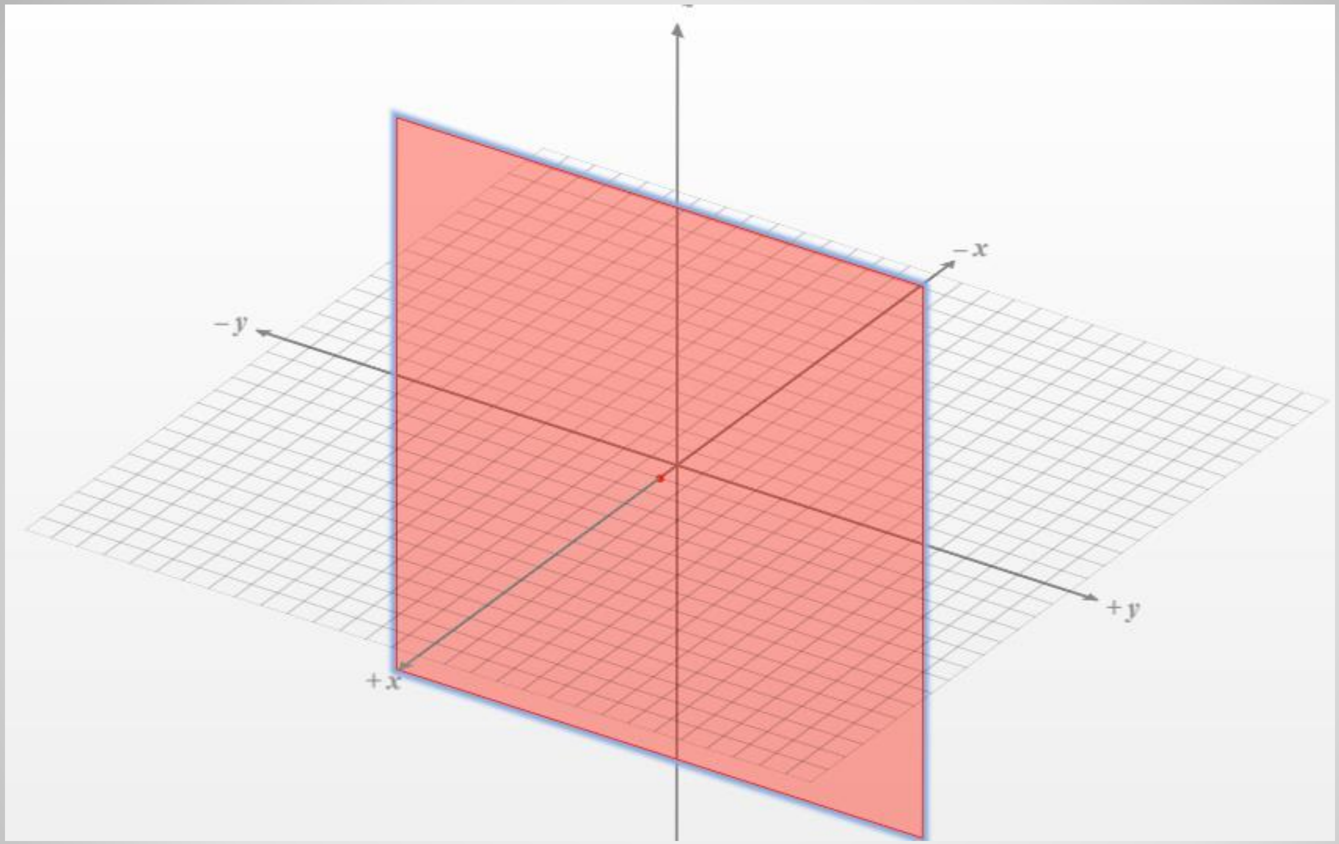
Depende…



En un espacio de dimensión 1, es un punto



En un espacio de dimensión 2, es una recta



En un espacio de dimensión 3, es un plano

$$x + y + z = 1$$

¿Qué representa la ecuación?

$$x + y + z = 1$$

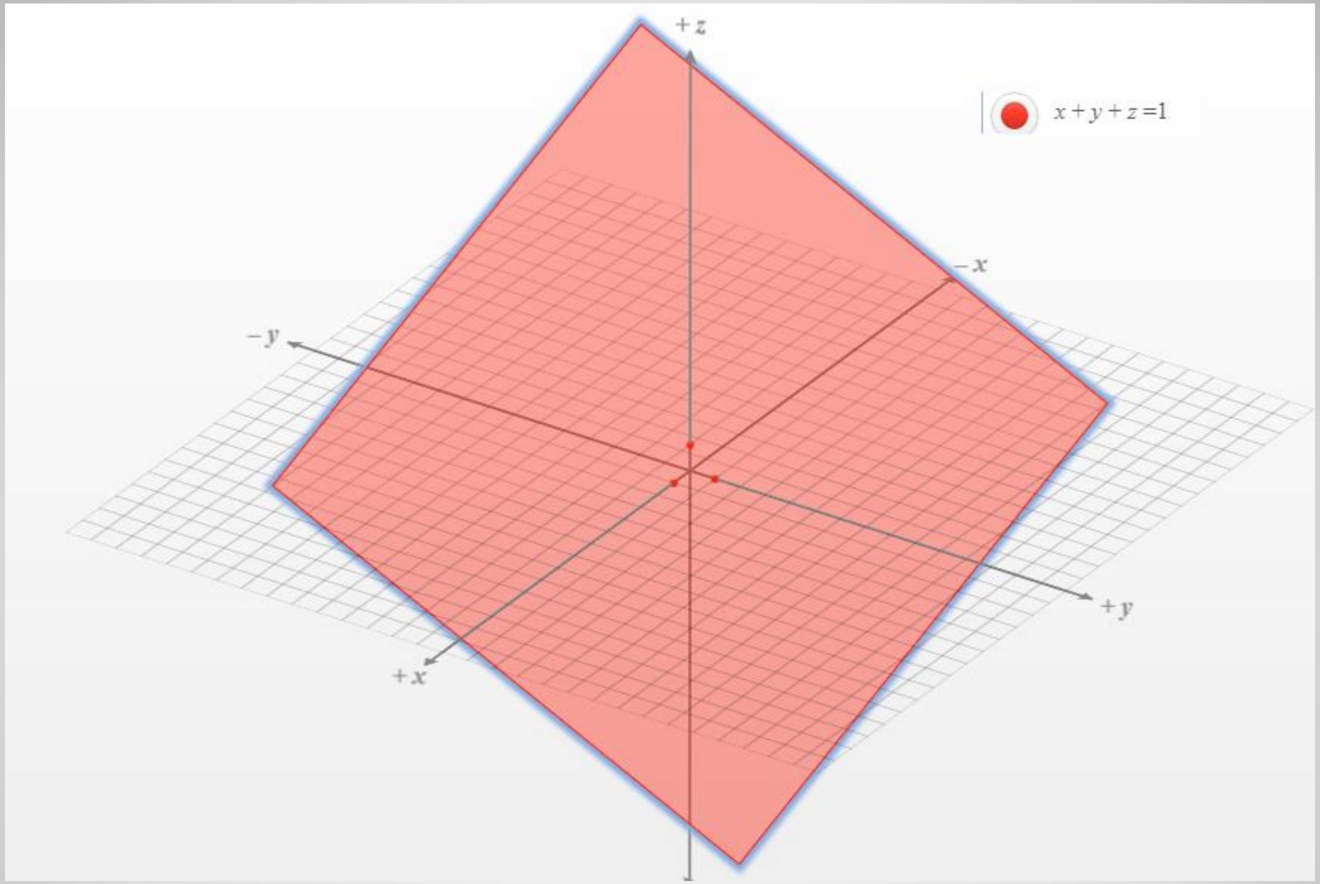
La respuesta es la misma, depende del espacio en que se encuentra.

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + z = 2 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

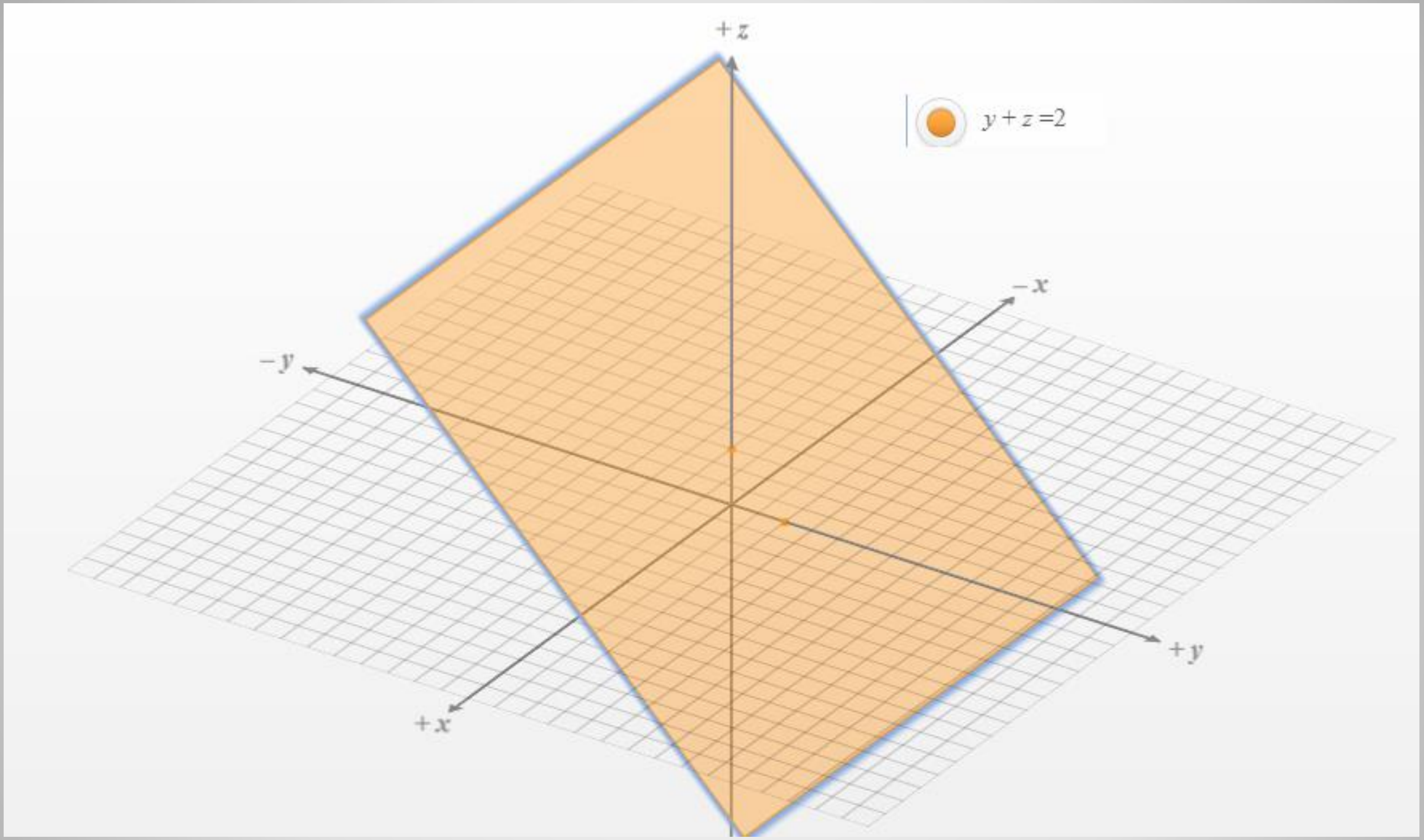
¿Qué representa cada ecuación del sistema de ecuaciones?

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ y + z = 2 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

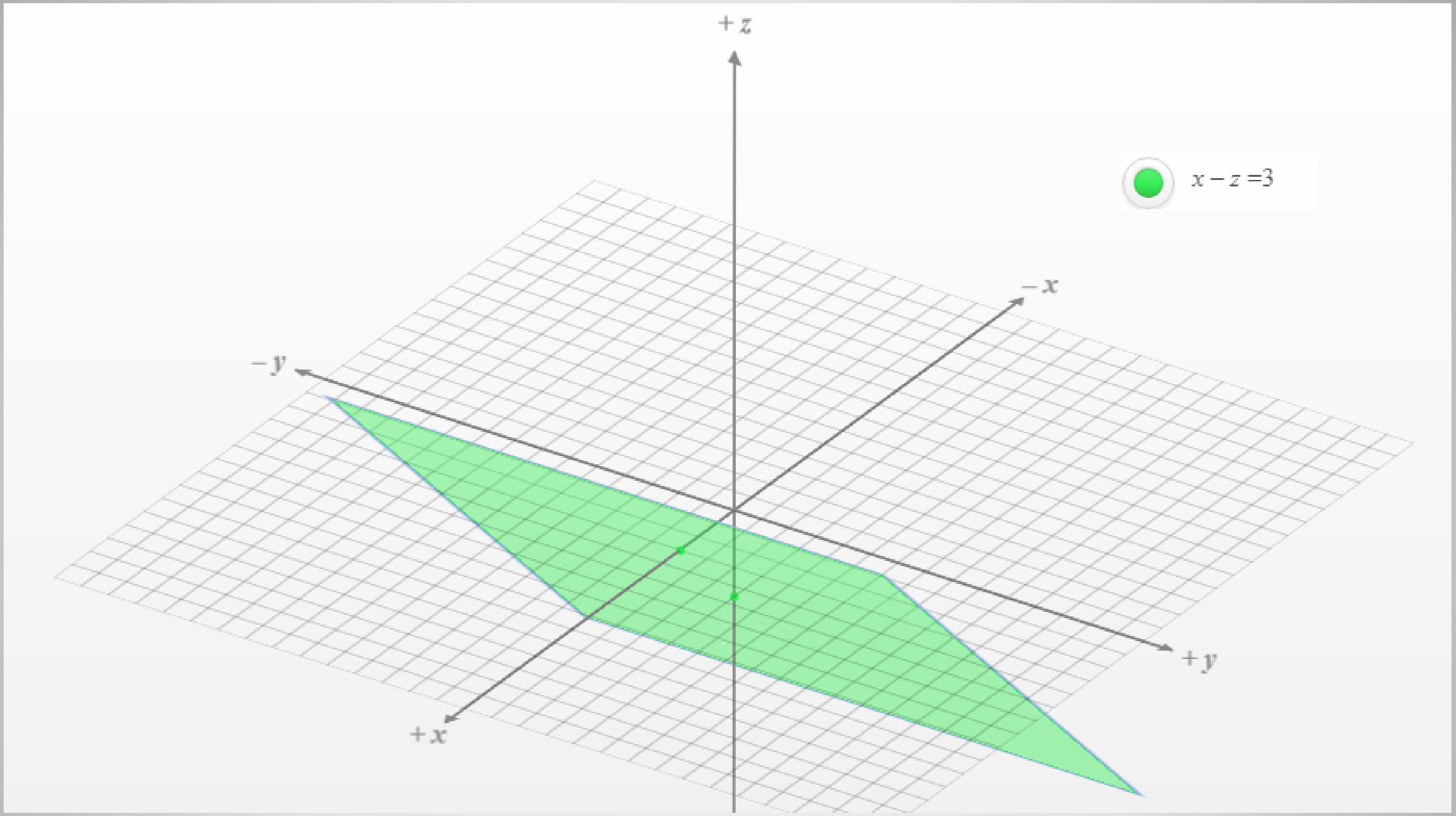
Como sistema, el número de variables determina el espacio en que se encuentra, por lo tanto este sistema se encuentra en 3 dimensiones y cada ecuación representa un plano.



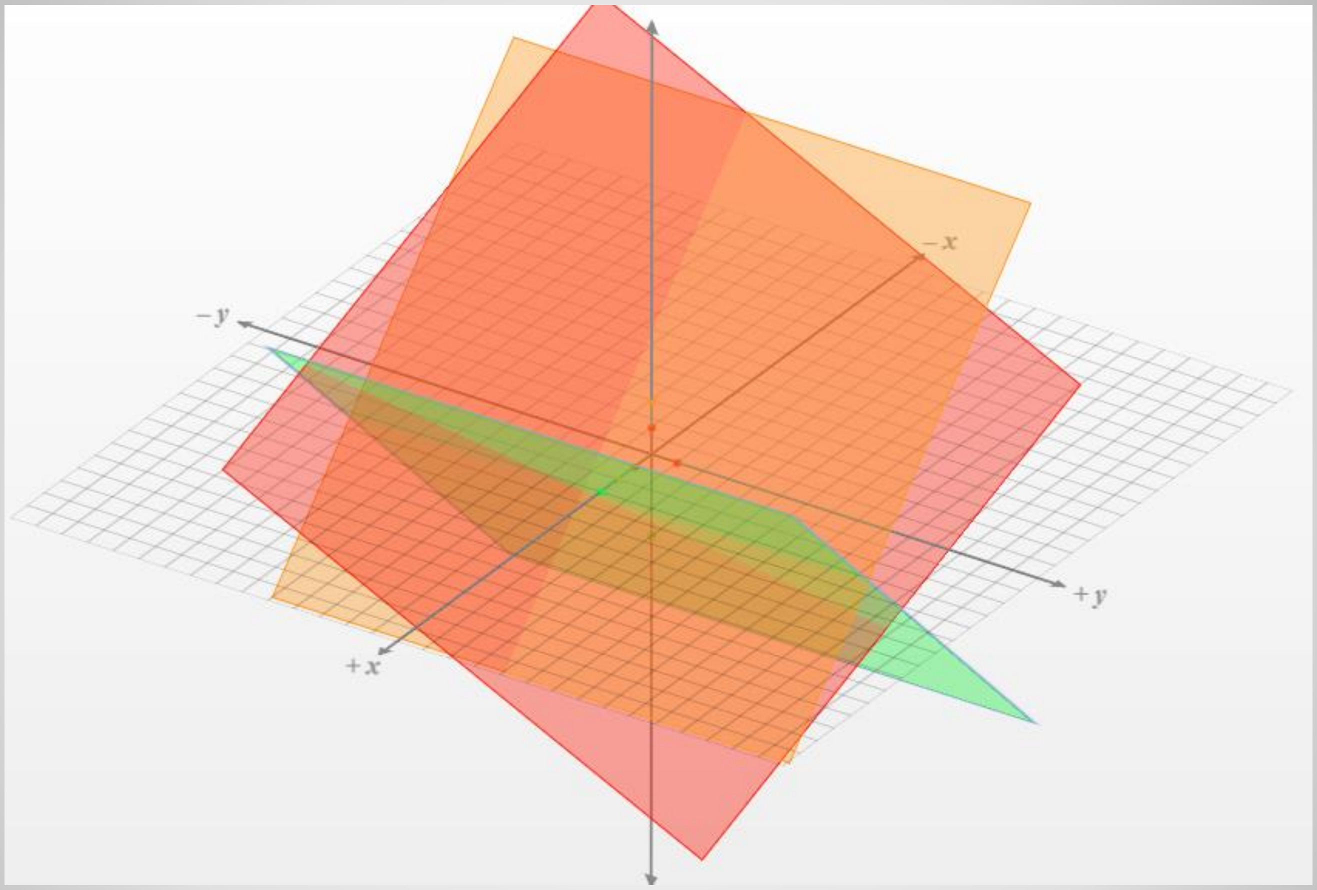
La primera ecuación del sistema



La segunda ecuación del sistema



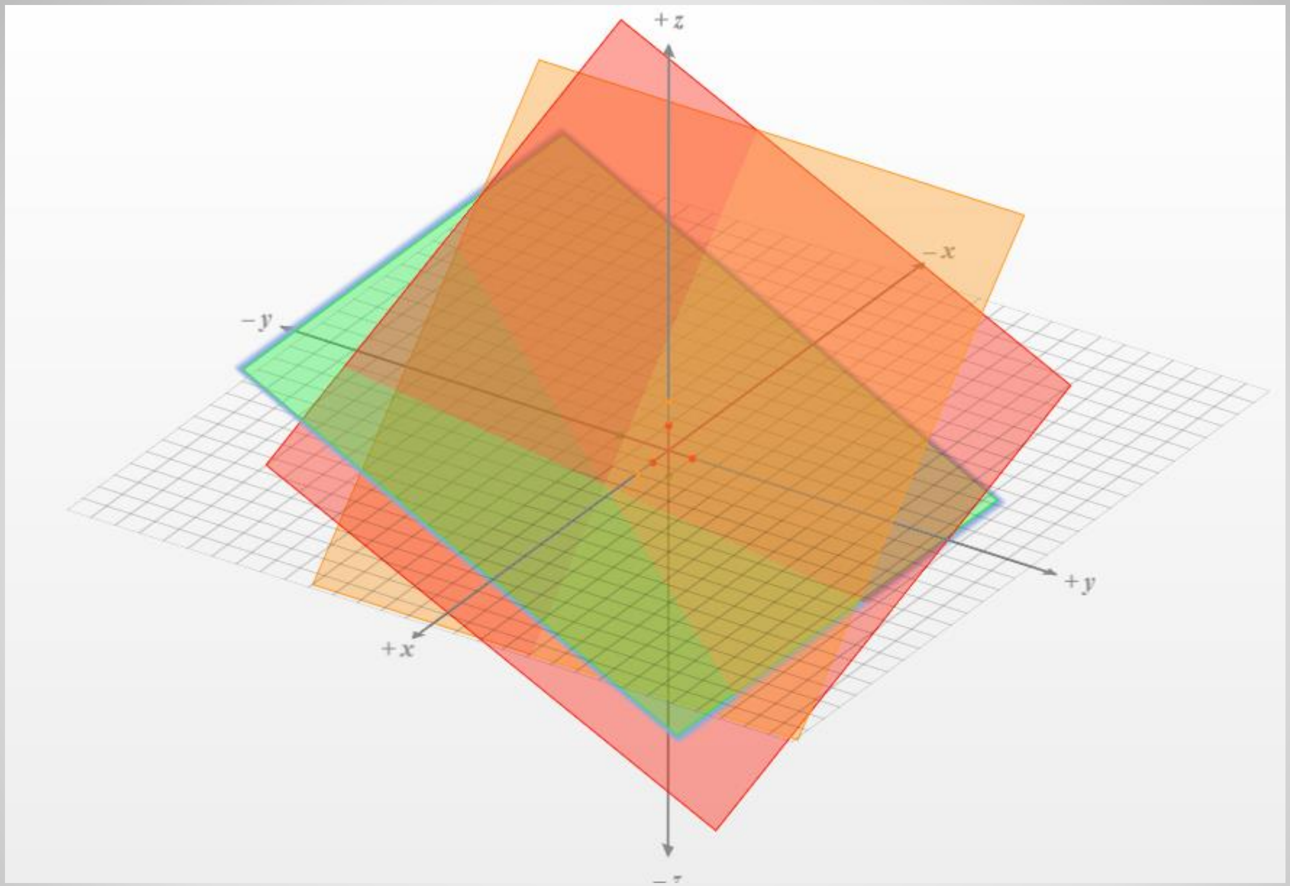
La tercera ecuación del sistema



El sistema

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

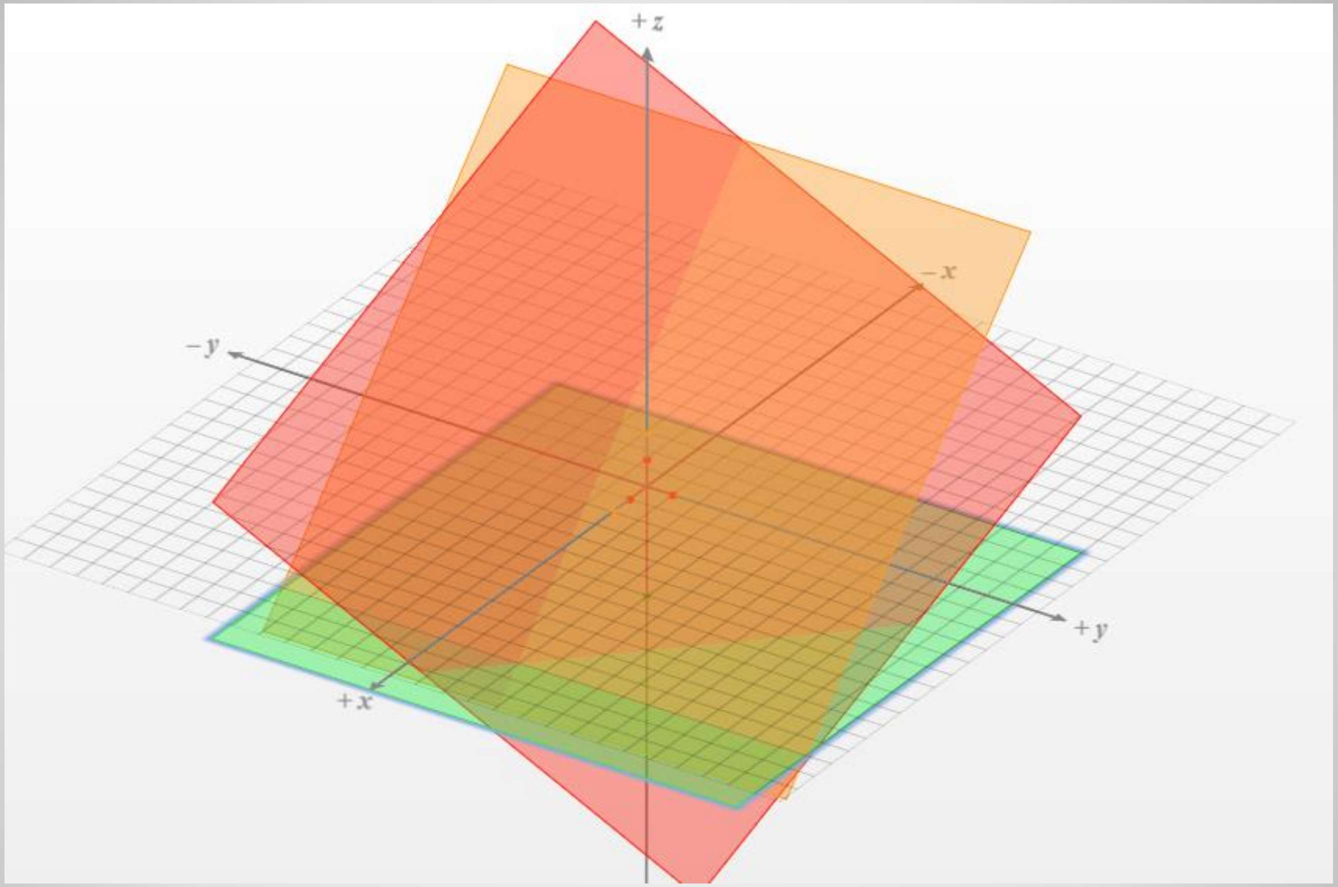
Cuando resuelvo por Gauss Jordan ¿qué pasa geométricamente?



El plano verde dio un giro

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \end{pmatrix}$$

El siguiente paso

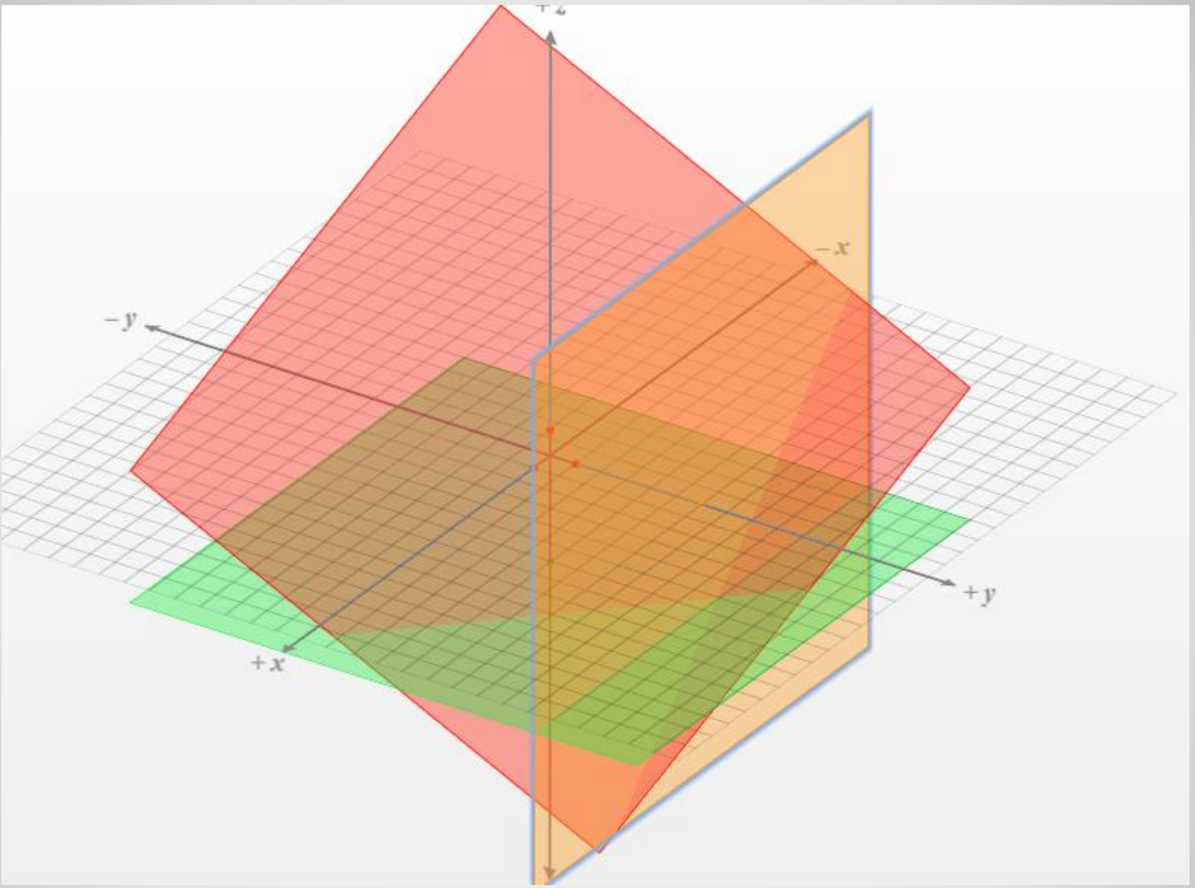


Volvió a girar el plano verde, quedó horizontal z=-4

Siguiendo...

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 2\\ 1 & 0 & -1 & 3\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 2\\ 0 & 1 & 2 & -2\end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1 & -4\end{pmatrix} \approx$$

$$\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 6\\ 0 & 0 & 1 & -4\end{pmatrix}$$

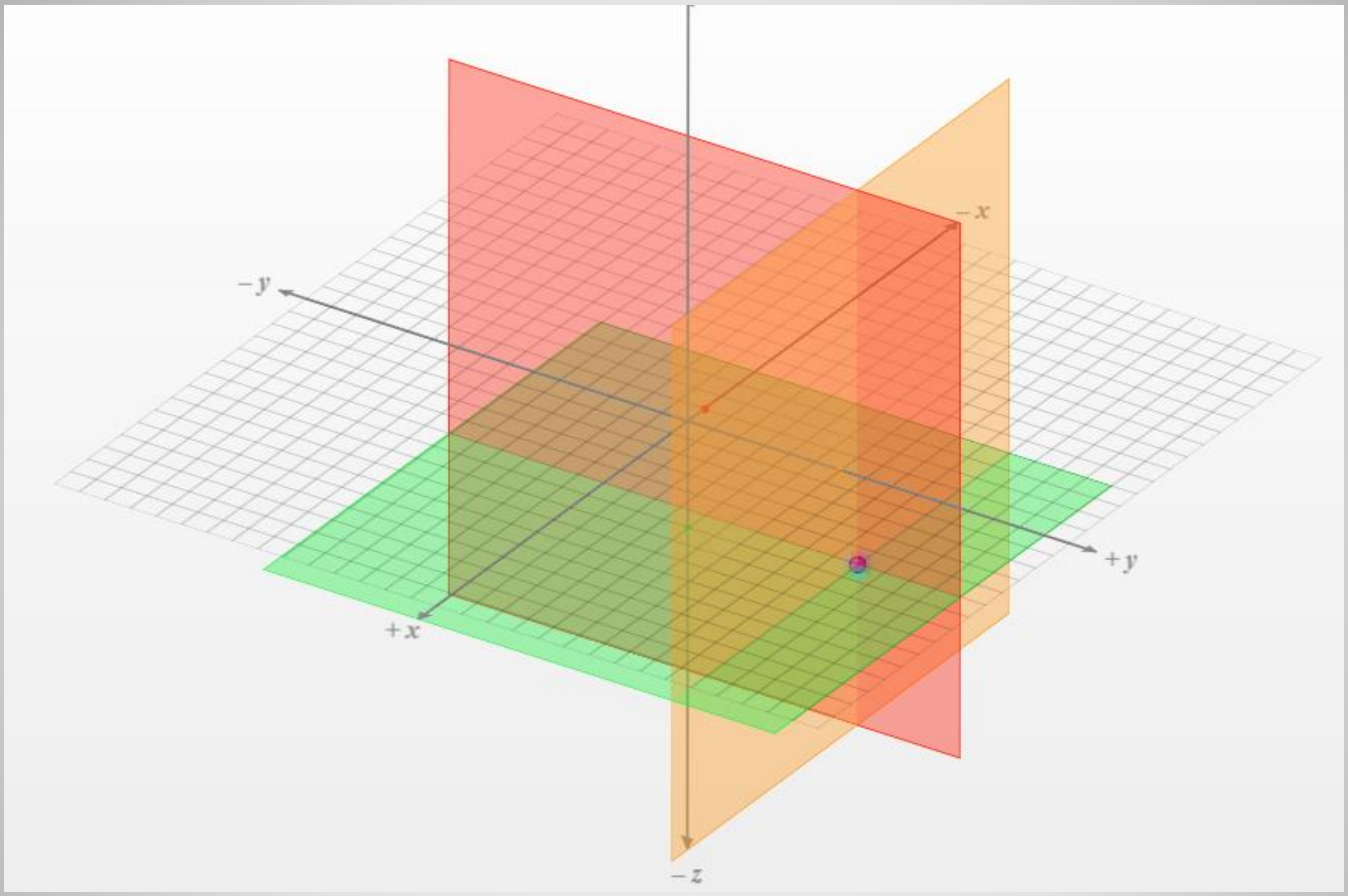


El plano naranja quedo vertical y=6

$$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&2\\1&0&-1&3\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&2\\0&1&2&-2\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&1&2\\0&0&1&-4\end{pmatrix}\approx$$

$$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\0&1&0&6\\0&0&1&-4\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}1&1&0&5\\0&1&0&6\\0&0&1&-4\end{pmatrix}\approx\begin{pmatrix}1&0&0&-1\\0&1&0&6\\0&0&1&-4\end{pmatrix}$$

Terminando el proceso



El resultado final

- Nunca dejaron de ser planos.
- La solución es el punto en el cual se intersecan todos los planos
- https://technology.cpm.org/general/3dgraph/